Natura
30. listopadu 2002

Kvantová mechanika bez prostoročasu

zpracoval: Jiří Svršek [1]

podle článku T. P. Singha

Abstract

Pravidla kvantové mechaniky pro svoji formulaci vyžadují časovou souřadnici. Pojem času obecně souvisí s existencí klasické prostoročasové geometrie. Taková geometrie podle obecné teorie relativity je ale vytvářena klasickými hmotnými zdroji. Současná formulace kvantové mechaniky tedy předpokládá přítomnost klasických hmotných polí. Existuje však hlubší formulace kvantové mechaniky, která pojem času nepoužívá. Autor článku [1] takovou formulaci popisuje pro jednu částici v nerelativistické kvantové mechanice. Autor dále tvrdí, že standardní kvantová mechanika a klasická obecná teorie relativity jsou aproximací nelineární teorie kvantové gravitace. Bezčasová formulace kvantové mechaniky z takové teorie vychází na základě předpokladu, že hmotnost částice je mnohem větší než Planckova hmotnost. Pokud tomu tak je, lze hlubší nelineární teorii redukovat na klasickou kvantovou mechaniku a obecnou teorii relativity. Autor také tvrdí, že možným kandidátem na hlubší teorii je nekomutativní diferenciální geometrie.

[1] e-mail: natura@dkozak.cz, WWW: http://natura.eridan.cz

References

[1] **T.P. Singh: Quantum Mechanics without Spacetime. A Possible Case for Non-commutative Differential Geometry?** 20 Dec 2001. quant-ph/0112119 e-Print archive. Los Alamos National Laboratory. US National Science Foundation.
`http://xxx.lanl.gov/abs/quant-ph/0112119`

[2] **J. Madore: An Introduction to Noncommutative Differential Geometry and its Physical Applications.** 2nd edition, Cambridge University Press, 1999.

1 Kvantová mechanika bez prostoročasu

Pravidla kvantové mechaniky pro svoji formulaci vyžadují koncept času. Časová souřadnice určuje volbu kanonické polohy a hybnosti, normalizaci vlnové funkce a samozřejmě evoluci kvantového systému. Z hlediska speciální teorie relativity je čas komponentou prostoročasu. Obecná teorie relativity prostoročas vybavuje pseudo-Riemannovou geometrií, která je určena rozložením klasické hmoty. Tato klasická hmota je limitním případem hmoty podřizující se pravidlům kvantové mechaniky. Proto kvantová mechanika kvůli své závislosti na čase předpokládá existenci klasické hmoty, jejíž vlastnosti by bylo nejprve třeba vysvětlit. Hlubší formulace kvantové mechaniky se neodkazuje na pojem času. Autor článku [1] navrhuje základní principy toho, co nazývá fundamentální kvantová mechanika *(Fundemental Quantum Mechanics, FQM).*

Potřeba fundamentální kvantové mechaniky vychází mimo jiné také z úvahy, že Vesmír by v principu nemusel obsahovat žádnou klasickou hmotu. Vesmír by se například mohl skládat pouze z nerelativistických neklasických mikroskopických částic, které lze popsat standardní nerelativistickou kvantovou mechanikou. Pokud ve Vesmíru nemáme klasickou hmotu, nelze hovořit o klasické prostoročasové geometrii a je pak nutné použít fundamentální kvantovou mechaniku. Za určitých velmi zvláštních podmínek (jako vhodně vybraných kvantových stavů) lze použít semiklasickou teorii gravitace (klasická gravitace vytvářená kvantovou hmotou). Semiklasický popis však obecně neplatí. Fundamentální kvantovou mechaniku je nutné použít také v případě, že typický rozsah energií částic v systému je menší než Planckova energie a částice se pohybují nerelativisticky.

Kvůli co nejjednodušší formulaci fundamentální kvantové mechaniky autor článku [1] řeší pouze problém nerelativistické kvantové mechaniky. Vytváří jednoduchý model Vesmíru, jehož diferenciální varietou je 2-sféra s jednou úhlovou souřadnicí, která popisuje prostor, a druhou souřadnicí, která popisuje čas. Případné nefyzikální vlastnosti tohoto modelu, jako jsou uzavřené časupodobné křivky, nebereme nyní v úvahu. Nyní si představme, že v tomto našem vesmíru existuje jediný objekt o hmotnosti m_1. Pokud objekt m_1 chápeme klasicky, pak si lze představit, že prostoročas na varietě a odpovídající pseudo-Riemannova geometrie jsou důsledkem tohoto objektu. Vnitřní stavy objektu lze popsat trajektorií v prostoročase nebo ve fázovém prostoru prostorové souřadnice a souřadnice hybnosti. Klíčovou vlastností vnitřního stavu objektu je nepřítomnost nějakých superpozicí.

Nyní si představme, že hmotnost objektu m_1 je malá a objekt již není klasický, ale musí se řídit zákony kvantové mechaniky. Zdá se zřejmé, že prostoročasové pozadí tvoří 2-sféra. Nyní si však lze představit zcela delokalizovanou částici, která leží na naší 2-sféře. Neuvažujeme již žádnou Riemannovu prostoročasovou geometrii na varietě ani původní koncept prostoru a času. Částice, varieta a její pseudo-Riemannova geometrie splývají. Dynamiku tohoto systému lze popsat jen pomocí geometrie 2- sféry. Tuto dynamiku označíme jako nerelativistickou kvantovou gravitaci *(Nonrelativistic Quantum Gravity, NQG).* Stav systému nemá kauzální vývoj, ale existuje jako celek, jednou a všude.

Jinou možností, jak dospět k tomuto závěru, je uvažovat situaci, kdy 2-sféra obsahuje klasickou prostoročasovou geometrii kvůli existenci klasické hmoty a hodnota hmotnosti m_1 (testovací částice) se postupně zmenšuje. Dokud je m_1 klasická částice, jejím stavem je prostoročasová trajektorie. Jakmile se ale m_1 stane kvantovou částicí, její stavy jsou popsány jako prvky Hilbertova prostoru opatřeného časovou souřadnicí. Je poněkud nepřirozené si představovat, že se zmenšováním hmotnosti m_1 stav částice "přeskočí" z fyzikálního prostoročasu do abstraktního Hilbertova prostoru. Přirozenější je chápat stav částice m_1 jako prvek fundamentální 2-sféry nerelativistické kvantové gravitace, která vypadá jako fyzikální prostoročas pro velké hodnoty m_1 a jako direktní součin Hilbertova prostoru s časovou souřadnicí pro malé hodnoty m_1.

Jediným přirozeným měřítkem, které odděluje velké klasické hodnoty hmotnosti m_1 od malých "kvantově mechanických" hodnot, je Planckova hmotnost $m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$, která je rovna asi 10^{-5} gramu. Obvykle na základě našich pozorování očekáváme, že "klasický" a "kvantový" svět jsou od sebe odděleny hmotností o několik řádů menší než je Planckova hmotnost. V našem případě však budeme předpokládat, že rozdělení "klasického" a "kvantového" světa leží právě na Planckově hmotnosti. Pro $m_1 \gg m_{Pl}$ (tj. $\hbar \to 0$, nebo $G \to \infty$) se nerelativistická kvantová gravitace redukuje na klasickou prostoročasovou trajektorii částice a na nerelativistické Einsteinovy rovnice (tj. Newtonovu gravitaci) odpovídající geometrie prostoročasu. Protože klasické objekty jsme nikdy nepozorovali v superponovaných stavech, musí být nerelativistická kvantová gravitace nelineární teorií: dvě řešení teorie nelze superponovat.

Poznamenejme, že nelineární kvantová gravitace není bezčasovým popisem nerelativistické kvantové mechaniky, jíž hledáme. Na rozdíl od standardní kvantové mechaniky a na rozdíl od fundamentální kvantové mechaniky je nerelativistická kvantová gravitace nelineární teorií a obsahuje gravitační konstantu G pro popis gravitačních jevů částice m_1. Pochopitelně, pro limitu $G \to 0$ ($m_{Pl} \to \infty$ nebo $m_1 \ll m_{Pl}$) nerelativistická kvantová gravitace již nemůže popisovat gravitaci m_1 a ani ji nelze redukovat na nějakou fundamentální kvantovou mechaniku jako lineární teorii bezčasové formulace standardní nerelativistické kvantové mechaniky. Ve fundamentální kvantové mechanice stav m_1 nemá žádný kauzální vývoj, ale existuje jako bezčasový celek na 2-sféře.

Dostáváme se do situace, kdy dynamiku objektu m_1 na 2-sféře lze obecně popsat nerelativistickou kvantovou gravitací. Geometrii prostoročasu a hmotu nelze navzájem od sebe oddělit. Nerelativistická kvantová gravitace se na jedné straně (pro $m_1 \gg m_{Pl}$) redukuje na nerelativistické Einsteinovy rovnice a klasickou mechaniku (souřadnice sféry představují prostor a čas) a na druhé straně (pro $m_1 \ll m_{Pl}$) se redukuje na bezčasový popis kvantové mechaniky.

Časově závislou ekvivalentní verzi fundamentální kvantové mechaniky pro částici m_1 dostaneme, pokud 2-sféru opatříme klasickou geometrií prostoročasu způsobenou dalšími hmotnými zdroji. K tomu může dojít například v případě, pokud se na 2-sféře nachází jiná částice o hmotnosti $m_2 \gg m_{Pl}$, jejíž stav je popsán klasickým prostoročasem. m_1 je nyní testovací částice na 2-sféře v tom smyslu, že $m_1 \ll m_{Pl} \ll m_2$. Fundamentální kvantová mechanika pro částici m_1 nyní představuje standardní interpretaci nerelativistické kvantové mechaniky. Můžeme dojít k závěru, že zdánlivý časový vývoj v kvantové mechanice je důsledkem přítomnosti klasické hmoty ve Vesmíru, která vytváří klasický prostoročas. Na hlubší úrovni kvantová mechanika popisuje fyzikální stav systému m_1, avšak nikoliv pomocí vývoje v čase, ale dynamikou, v níž prostoročas a hmotu nelze oddělit. K důležitým závěrům o povaze nerelativistické kvantové gravitace lze dospět studiem možných gravitačních interakcí testovací částice m_1 s gravitačním polem částice m_2. Různé možnosti jsou naznačeny v následující tabulce v závislosti na porovnání m_1, m_2 s Planckovou hmotností m_{Pl}.

	$m_2 \ll m_{Pl}$	$m \cong m_{Pl}$	$m_2 \gg m_{Pl}$
$m_1 \ll m_{Pl}$	NO	Test1	NRQM
$m_1 \cong m_{Pl}$	X	NQG	Test2
$m_2 \gg m_{Pl}$	X	X	GR

Ve výše uvedené tabulce buňka (11) představuje situaci, kdy gravitační interakce vymizí, pokud jsou hmotnosti obou částic menší než Planckova hmotnost. Buňky (21), (31) představují situaci, kdy částice m_1 není testovací částicí. Buňka (12) představuje nejdůležitější situaci. Laboratorní experimenty mohou v principu odhalit některé vlastnosti NQG studiem gravitační interakce kvantově mechanické částice m_1 s "gravitačním polem" částice m_2. Buňka (22) představuje gravitační interakci dvou částic v nerelativistické kvantové gravitaci. Popisuje dynamiku, která nahrazuje Newtonovu gravitaci k kvantové teorii gravitace. Buňka (13) představuje standardní nerelativistickou kvantovou mechaniku s prostoročasem na pozadí. Buňka (23) představuje situaci, kdy lze studovat chování částice v nerelativistické kvantové gravitaci vzhledem ke klasické geometrii prostoročasu. Konečně buňka (33) představuje standardní obecnou teorii relativity. Buňky (13) a (33) splňují princip ekvivalence a proto lze očekávat, že také buňka (23) bude tento princip splňovat. Pak by nerelativistická kvantová gravitace byla obecně kovariantní teorií.

Některé vlastnosti nerelativistické kvantové gravitace lze odvodit z předpokladu, že k popisu kvantové mechaniky není nutná časová souřadnice. Teorie, k níž dospějeme (NQG) je limitou jak kvantové mechaniky ($G \to 0$), tak nerelativistické gravitace ($\hbar \to 0$). Dynamiku nerelativistické kvantové gravitace (v našem případě dynamiku 2-sféry) pak lze popsat nekomutativní diferenciální geometrií *(Nomcommutative Differential Geometry, NDG)*, protože tato geometrie jako speciální případy obsahuje jak komutativní geometrii, která popisuje prostoročas a gravitaci, tak strukturu nekomutativní algebry, která popisuje kvantovou mechaniku v běžném prostoročase.

Nyní popíšeme dynamiku nerelativistické kvantové gravitace na 2-sféře. Budeme předpokládat, že 2-sféra je nekomutativním prostorem, na němž algebra funkcí je obecně nekomutativní. Nechť A a B označují "souřadnice" na 2-sféře, které jsou spojeny s "hybnostmi" p_A a p_B. Tyto čtyři veličiny popisují částici m na 2-sféře. Autor článku [1] navrhuje na 2-sféře následující komutační relace:

$$[A, B] = i.L_{Pl}^2 F_1(m/m_{Pl})$$

$$[A, p_A] = [B, p_B] = i.\hbar F_2(m/m_{Pl})$$

$$[p_A, p_B] = i.\frac{\hbar^2}{L_{Pl}^2} F_3(m/m_{Pl})$$

Předpokládáme, že funkce F_1, F_2, F_3 jsou rovny nule v limitě $m \gg m_{Pl}$. Pak všechny čtyři veličiny, které popisují částici m, budou při velké hmotnosti m komutovat. V tomto případě lze považovat A, B za běžnou časovou a prostorovou souřadnici a p_A a p_B za běžnou energii a hybnost.

V limitě $m \ll m_{Pl}$ tyto komutační relace popisují fundamentální kvantovou mechaniku. Protože zde neexistuje žádné prostoročasové pozadí, funkce $F_1(m/m_{Pl})$ v této limitě nemůže vymizet. Fundamentální kvantová mechanika je pak popsána pomocí veličin, které nejsou standardními prostoročasovými souřadnicemi a hybnostmi. Tento popis je ekvivalentní standardní kvantové mechanice za přítomnosti vnějšího prostoročasu. Dnes však není jasné, jak k tomu může dojít. Přítomnost hmotnosti m v komutační relaci $[A, B]$ lze chápat jako analogii Riemannovy geometrie, v níž je nekomutativita kovariantních derivací určena Riemannovým tensorem, který popisuje rozložení hmoty prostřednictvím vztahu Riemannova tensoru s tensorem hybnosti-energie v Einsteinových rovnicích. Autor článku [1] se domnívá, že na fundamentální úrovni nejen kovariantní derivace, ale i souřadnice nekomutují, což může souviset s hmotou.

Fyzikální stav systému v nerelativistické kvantové gravitaci je nekomutativní analogií vektorového pole nebo ekvivalentně nekomutativní analogií derivace na 2-sféře. Dále v souvislosti s diferenciální strukturou prostoru určeného souřadnicemi A, B existuje koncept křivosti v nekomutativním prostoru. Přesná definice křivosti v nekomutativní diferenciální geometrii je popsána například v knize [2]. Autor článku [1] tvrdí, že tato křivost je důsledkem přítomnosti hmoty ve smyslu obecné teorie relativity. V komutativní limitě se dynamické rovnice vztahů křivosti s hmotností m redukují na Einsteinovy rovnice. Podrobná podstata dynamiky v nekomutativní diferenciální geometrii je dosud studována.

Podobně jako prostoročas, také metrika je konceptem, který platí pouze v případě, že ve Vesmíru převládá klasická hmota. Zde provedené nerelativistické úvahy nemohou vysvětlit lorentzovský význam metriky prostoročasu. Autor článku [1] doufá, že se jeho týmu podaří v budoucnosti tyto úvahy zobecnit na relativistický případ.

Navrhovaná struktura nekomutativní diferenciální geometrie v sobě obsahuje zajímavou možnost řešení problému kolapsu vlnové funkce během měření a řešení Einsteinova-Podolského-Rosenova paradoxu. Během kvantového měření dochází k náhlému přechodu hodnoty m_1 z oblasti $m \ll m_{Pl}$ do oblasti $m_1 \gg m_{Pl}$ (kdy mikroskopický systém přichází do kontaktu s makroskopickou měřící aparaturou). Odpovídající geometrie se mění z delokalizovaného bezčasového popisu 2-sféry v nekomutativní diferenciální geometrii na klasickou prostoročasovou trajektorii. Dostatečné pochopení nekomutativní diferenciální geometrie by mohlo objasnit původ pravděpodobnostního popisu $|\phi|^2$ při kvantovém měření. Zdánlivé porušení unitarity Schrodingerovy rovnice během měření může souviset s tím, že nekomutativní diferenciální geometrie přechází z lineární teorie s $m \ll m_{Pl}$ do nelineární teorie s $m \gg m_{Pl}$. Tato představa také podporuje Penroseovu představu, že kolaps vlnové funkce způsobuje gravitace.

Autor článku [1] se domnívá, že k zajímavým výsledkům lze dospět také spojením teorie superstrun a M-teorie s nekomutativní diferenciální geometrií, kdy souřadnice polohy D-brány by byly nekomutativní.

Einsteinova kritika, že kvantová mechanika je neúplná, zřejmě souvisí s tím, že kvantová teorie používá ve svém pozadí čas. Bezčasová verze této teorie by mohla její neúplnost odstranit.