

Natura  
20. prosince 2002

# Poznámky k teorii superstrun

zpracoval: Jiří Svršek<sup>1</sup>

*podle článků uvedených v přehledu*

## Abstract

Teorie superstrun. Na jedné straně nejslibnější kandidát na teorii všech silových interakcí a hmotných částic. Na straně druhé teorie, která dosud nemá žádné testovatelné předpovědi.

---

<sup>1</sup>e-mail: natura@dkozak.cz, WWW: <http://natura.eridan.cz>

## References

- [1] Ullmann, Vojtěch: Gravitace, černé díry a fyzika prostoročasu. Československá astronomická společnost ČSAV, pobočka Ostrava, 1986
- [2] Synovcová, Markéta: Šest rozměrů navíc aneb teorie všeho. časopis Věda a technika mládeži, ?/1987?. str. 12 - 13.
- [3] Osobní sdělení elektronickou poštou od Luboše Motla z Rutgersovy univerzity. e-mail:  
[motl@physics.rutgers.edu](mailto:motl@physics.rutgers.edu)  
<http://come.to/lumo>
- [4] Developments in Superstring Theory. Ashoke Sen. Mehta Research Institute of Mathematics and Mathematical Physics, Chhatnag Road, Jhusi, Allahabad 211019, India. e-mail:  
[sen@mri.ernet.in](mailto:sen@mri.ernet.in) .  
<http://xxx.lanl.gov>

# 1 Teorie superstrun

## 1.1 Historie teorií superstrun

První předznamenání teorie superstrun se objevilo v roce 1968 u italského fyzika **Gabriela Veneziana**, který pracoval na teorii silných interakcí. V jeho práci sice nebylo ani slovo o teorii superstrun, ale v roce 1970 někteří vědci upozornili na to, že jeho vztahy, popisující interakce mezi částicemi, mohou vést k představě struny jako základní dynamické jednotky. Konce struny by se pak chovaly jako elementární částice.

V roce 1971 upozornil teoretik **Claud Lovelace** na to, že jedna z teorií superstrun přináší zajímavé výsledky, pokud je formulována v 26-rozměrném prostoru. Teorie však ignorovala fermiony (kvarky a leptony), které jsou základem hmoty a naopak zahrnovala hypotetickou částici tachyon, která se pohybuje pouze nadsvětelnou rychlostí.

**John Schwarz** se začal o teorii superstrun zajímat v roce 1969, **Michael Green** zhruba od roku 1976. Oba dohromady pracovali na této teorii od roku 1979. Po dlouhou dobu byli vlastně jedinými fyziky, kteří v teorii superstrun bezvýhradně věřili a řešili problémy teorie supersjednocení (*Grand Unified Theory*), teorie supersymetrie a teorie supergravitace. V jejich formalismu objevili, že existují struny typu *IIA*, *IIB* a typu *I*, který obsahuje také otevřené struny. Tato teorie se zdála nejpřitažlivější, protože obsahuje také polorealisticke kalibrační pole. V roce 1984 však práce na těchto teoriích začali váznout. Právě v tomto roce však Schwarz a Green objevili, že důsledkem speciálního ryze strunového mechanismu je teorie pro volbu kalibrační grupy  $SO(32)$  (grupy ortogonálních matic dimenze 32 s jednotkovým determinantem) bez anomálií a vykrátí se řada různých netriviálních příspěvků. Tento objev přilákal k teorii superstrun velké množství lidí. Byly objeveny heterotické superstruny, dva typy teorií, z nichž jedna má kalibrační grupu  $SO(32)$  (dnes je známo, že je duální k teorii *I*) a druhá má kalibrační grupu  $E_8 \times E_8$  (dnes je známo, že jde o M-teorii na pásu prostoru). Tato teorie se stala fenomenologicky nejpřitažlivější, zejména se šesti rozměry svinutými na Calabi-Yauovu varietu.

V polovině 80. let 20. století proběhla první superstrunová revoluce s mnoha objevy. Koncem 80. let se pokrok přibrzdil, ale z oboru již neodcházelo tolik lidí, jako při zrodu kvantové chromodynamiky v 70. letech 20. století.

Kolem roku 1994 začala dualitová revoluce v teorii strun, kterou zahájili **Seiberg a Edward Witten** pracemi z teorie pole. Pak se v roce 1995 objevily *D*-brány a v říjnu 1996 maticová *M*-teorie, v listopadu 1997 Maldacenova domněnka.

Teorie superstrun navazuje na práce německého fyzika **Theodora Kaluzy** z roku 1921 a svědského fyzika **Oscara Kleina** z roku 1926. Kaluza zjistil, že v pětirozměrném prostoru lze formálně sjednotit teorii gravitace a teorii elektromagnetického pole, ale nedokázal vysvětlit, kam se pátý rozměr ztratil. Klein jeho matematickou konstrukci doplnil vysvětlením v souladu s kvantovou mechanikou a tvrdil, že pátý rozměr se během vývoje velmi raného vesmíru smrští a tudíž je nepozorovatelný.

## 1.2 Principy teorií superstrun

Před teorií superstrun se rozvíjela kvantová teorie pole. **Kvantová teorie pole** byla velmi úspěšná při popisu elementárních částic a jejich interakcí. Ale nebyla úspěšná při vysvětlování gravitační interakce. Pokud se pokusíme kvantovat obecnou teorii relativity jako klasickou teorii pole použitím metod kvantové teorie pole, dospějeme k divergencím, které nelze odstranit metodami renormalizace

kvantové teorie pole. Příkladem je výměna gravitonu mezi elektronem a positronem.

Teorie superstrun se pokusila tento problém vyřešit. Základní myšlenka teorie superstrun je jednoduchá: elementární částice nejsou chápány jako bodové objekty, ale jako různé vibrační módy strun. Typická velikost strun je velmi malá rádu Planckovy délky  $10^{-33} \text{ cm} \cong (10^{19} \text{ GeV})^{-1}$ . Proto se v současném vesmíru struny jeví jako bodové objekty a teorie superstrun je nerozlišitelná od běžné kvantové teorie pole. Tato energie je zatím příliš vysoká, než jakých energií dosahujeme v současných urychlovačích.

Struny mohou být otevřené nebo uzavřené. Jak se pohybují prostoročasem, vytvářejí imaginární vícerozměrný povrch nazývaný světoplocha. Každá struna má určité vibrační módy, které lze charakterizovat různými kvantovými čísly, jako je hmotnost, spin atd. Každému vibračnímu módu odpovídá určitý typ častic. Všechny pozorované elementární částice lze tedy popsat pomocí jediného objektu - struny.

Tato jednoduchá myšlenka má ale zásadní důsledky:

- Konzistentní kvantová teorie superstrun neobsahuje žádné ultrafialové divergence.
- Spektrum takové teorie superstrun automaticky obsahuje nehmotný stav se spinem 2, který má všechny vlastnosti gravitonu, nositele gravitační interakce.

Na druhé straně teorie superstrun má několik problémů:

- Teorie superstrun jsou konzistentní pouze v  $(9 + 1)$ -rozměrném prostoročasu, přičemž všechny fyzikální jevy probíhají ve  $(3 + 1)$ -rozměrném prostoročase.
- Místo jediné konzistentní teorie superstrun existuje celkem pět konzistentních teorií ve  $(9 + 1)$ -rozměrném prostoru. Jde o typy  $IIA$ ,  $IIB$ ,  $I$ ,  $SO(32)$  heterotický a  $E_8 \times E_8$  heterotický.

Struny mohou vzájemně interagovat spojováním a rozpojováním. Přitom světoplochy dvou strun se sloučí v jedinou světoplochu nebo naopak světoplocha se rozdělí na dvě světoplochy, přičemž povrch světoploch neobsahuje žádné singularity.

Při výpočtech kvantově mechanických amplitud vlnových funkcí použitím **perturbační** (poruchové) **teorie** se přidávají příspěvky z kvantových procesů vyšších řádů. Poruchové teorie poskytuje dobré výsledky v případě, že příspěvky stále vyšších řádů jsou stále menší. Pak stačí provést výpočet pro prvních několik členů rozvoje. V částicových teoriích pole však příspěvky kvantových procesů vyššího řádu s rostoucím řádem vzrůstají exponenciálně.

Poruchové teorie jsou velmi užitečným nástrojem pro studium procesů se slabou vazbou, na nichž je založena většina našich znalostí z čisticové fyziky a teorie superstrun. Ale odpovědi na většinu hlubokých otázek bude možno nalézt teprve použitím kompletní neporuchové formulace.

Struny mohou mít různé druhy okrajových podmínek. Uzavřené struny např. mohou mít periodické okrajové podmínky (uzavřené struny přecházejí sami na sebe). Otevřené struny mohou mít dva druhy okrajových podmínek - **Neumannovy a Dirichletovy okrajové podmínky**. Při Neumannových okrajových podmínkách se mohou konce otevřených strun volně pohybovat, ale nedochází ke změně momentu. Při Dirichletových okrajových podmínkách jsou konce otevřených strun upevněny a mohou se pohybovat pouze po určité varietě. Tato varieta se nazývá **D-brána** nebo  **$D_p$ -brána** (kde  $p$  je celé číslo a označuje počet prostorových rozměrů variety).

$D$ -brány mohou mít rozměry od  $-1$  do počtu prostorových rozměrů našeho prostoročasu. Např.

Superstruny existují v 10-rozměrném prostoročasu, který má 9 prostorových a jednu časovou dimenzi. Proto je  $D_9$ -brána horní limitou teorie superstrun. Pokud je koncový bod struny upevněn na varietě, která vyplňuje celý prostor, pak se může pohybovat kdekoliv v tomto prostoru bez změny momentu a fakticky jde o Neumannovu okrajovou podmínu.

Případ  $p = -1$  popisuje situaci, kdy jsou všechny prostorové a časová dimenze pevné. Tento případ se označuje  **$D$ -instanton**. Pokud je  $p = 0$ , pak jsou všechny prostorové dimenze pevné a koncový bod struny existuje jako obyčejný bod v prostoročase. Tato  $D_0$ -brána se také označuje jako  **$D$ -částice**.  $D$ -brány jsou dynamickými objekty, které mají své fluktuace a mohou se pohybovat.

Jak již víme, existují dva typy částic: **fermiony**, které tvoří veškerou látku ve vesmíru, a **bosony**, které realizují interakce mezi fermiony. Fundamentální teorie přírody musí zahrnovat oba typy částic. Pokud zahrneme fermiony do teorie superstrun, obdržíme nový typ symetrie, označovaný jako **supersymetrie**, která dává do souvislosti bosony a fermiony pomocí supermultipletů, které jsou vzájemně vázány novou symetrií.

Konzistentní kvantová teorie superstrun pole existuje pouze v desetirozměrném prostoru. V prostorech s menším počtem dimenzí jsou kvantové jevy této teorie "anomální". Teorie superstrun v desetirozměrném prostoru neobsahuje žádné anomálie.

Ve smyslu poruchové teorie slabé vazby existuje celkem pět různých konzistentních teorií superstrun, jak je uvedeno v následující tabulce.

	typ $IIB$	typ $IIA$	typ $E_8 \times E_8$	typ $SO(32)$	typ $I$
<b>typ strun</b>	uzavřené	uzavřené	uzavřené	uzavřené	obojí
<b>10d supersymetrie</b>	$N = 2$	$N = 2$	$N = 1$	$N = 1$	$N = 1$
<b>10 d kalibr. grupy</b>	žádná	žádná	$E_8 \times E_8$	$SO(32)$	$SO(32)$
<b>dimenze</b>	10	10	10	10	10
<b><math>D</math>-brány</b>	$-1, 1, 3, 5, 7$	$0, 2, 4, 6, 8$	žádné	žádné	$1, 5, 9$

#### • Typ bosonový

Tato teorie obsahuje pouze bosony (silové interakce), neobsahuje fermiony (hmotové částice). Obsahuje jak otevřené, tak uzavřené struny. Obsahuje částici s imaginární hmotností, tachyon. Teorie se realizuje v 26-rozměrném prostoru.

#### • Typ $I$ $SO(32)$

Tato teorie obsahuje otevřené superstruny. Má jednu ( $N = 1$ ) supersymetrii v desetirozměrném prostoru mezi hmotou a silovými interakcemi. Otevřené struny mohou nést na svých koncích kalibrační stupně volnosti. Zrušení těchto anomalií si vynucuje **kalibrační grupu**  $SO(32)$  (grupa ortogonálních matic s jednotkovým determinantem). Teorie obsahuje  $D$ -brány s 1, 5 a 9 prostorovými dimenzemi. Teorie neobsahuje tachyon.

#### • Typ $IIA$

Tato teorie obsahuje uzavřené superstruny, které mají dvě ( $N = 2$ ) supersymetrie mezi hmotnými částicemi a silovými interakcemi v desetirozměrném prostoru. Dvě gravitina (supersymetrické částice ke gravitonu) se pohybují v opačných směrech po světoploše uzavřené struny. Mají opačné chirality (spin v obou směrech) v desetirozměrné Lorentzové grupě, tj. jde o nechirální teorii. Neexistuje žádná kalibrační grupa. Teorie obsahuje  $D$ -brány s 0, 2, 4, 6 a 8 prostorovými dimenzemi. Teorie obsahuje nehmotné bosony (silové interakce) a neobsahuje tachyon.

- **Typ IIB**

Tato teorie obsahuje uzavřené superstruny s  $N = 2$  supersymetrií mezi hmotnými částicemi a silovými interakcemi. Dvě gravitina mají ale stejné chirality (spin v jednom směru) v desetirozměrné Lorentzově grupě, proto jde o chirální teorii. Neexistuje žádná kalibrační grupa. Teorie obsahuje  $D$ -brány s  $-1, 1, 3, 5$  a  $7$  prostorovými dimenzemi. Teorie obsahuje nehmotné bosony a neobsahuje tachyon.

- **$SO(32)$  heterotický typ**

Tato teorie obsahuje uzavřené superstruny s poli světoploch bez symetrie, která se pohybují po světoploše jedním směrem, a s poli světoploch se symetrií, která se pohybují opačným směrem (existuje rozdíl mezi doprava a doleva se pohybujícími strunami, tj. jsou struny jsou heterotické). Výsledkem je  $N = 1$  supersymetrie v desetirozměrném prostoru. Nesupersymetrická pole přispívají nehmotnými vektorovými bosony do spektra, které má kvůli zrušení anomálií kalibrační symetrii popsanou kalibrační grupou  $SO(32)$ .

- **$E_8 \times E_8$  heterotický typ**

Tato teorie je identická s teorií  $SO(32)$  heterotickým typem s tím, že její kalibrační grupa kvůli zrušení anomálií je  $E_8 \times E_8$ .

Vidíme, že heterotické teorie neobsahují  $D$ -brány. Obsahují však pětibránový soliton, který není  $D$ -brána. Teorie *IIA* a *IIB* také obsahují pětibránový soliton, který se obvykle označuje jako **”Neveu-Schwarzova pětibrána”**.

Poznamenejme, že historicky byla teorie  $E_8 \times E_8$  považována za nejslibnější teorii superstrun, která rozšiřovala standardní model teorie elementárních částic. Tato teorie byla objevena v roce 1987 **Gross, Harvey, Martinec a Rohm** a po dlouhou dobu byla považována za jedinou teorii vhodnou pro popis fyziky našeho vesmíru. Důvodem bylo, že kalibrační grada  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  ( $SU(n)$  je grada unitárních matic dimenze  $n$  s jednotkovým determinantem,  $U(1)$  je grada rotací na kružnici) standardního modelu může být podgrada jedné z kalibračních grad  $E_8$ . Hmota druhé kalibrační grada  $E_8$  přitom vzájemně neinteraguje s výjimkou gravitace a může proto být řešením **problému temné hmoty** v astrofyzice. Základní otázky, mimo jiné proč došlo k narušení supersymetrie a proč existují tři generace částic ve standardním modelu, však zůstaly nezodpovězeny. Většina těchto otázek souvisí s problémem kompaktifikace.

Superstruny existují v desetirozměrném prostoročase, ale my pozorujeme pouze čtyřrozměrný prostoročas. Pokud chceme, aby teorie superstrun popisovaly náš vesmír, musíme tyto dvě skutečnosti dát do souladu. Řešením je **kompaktifikace** šesti rozměrů do malého kompaktního prostoru. Pokud je rozměr takového kompaktního prostoru srovnatelný s Planckovou délkou, pak nelze existenci těchto šesti rozměrů přímo pozorovat. Náš čtyřrozměrný prostoročas lze pak popsat jako šestirozměrné malé kompaktní prostory v každém bodě našeho čtyřrozměrného prostoročasu.

Myšlenka kompaktifikace pochází již od **Theodora Kaluzy a Oscara Kleina**. V původní Kaluzově práci je ukázáno, že pokud definujeme obecnou teorii relativity v pětirozměrném prostoru a pak jednu dimenzi stočíme do kružnice, dostaneme čtyřrozměrnou obecnou teorii relativity a teorii elektromagnetického pole. Důvodem je, že teorie elektromagnetického pole je  $U(1)$  kalibrační teorií. Předpokládáme, že elektron má stupeň volnosti, který odpovídá bodu na kružnici. Necháme tento bod volně pohybovat po této kružnici, když sledujeme světočáru elektronu. Zjistíme, že tato teorie musí obsahovat jako kalibrační částici foton a že elektron splňuje Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole. Vidíme, že Kaluzův-Kleinův mechanismus kompaktifikace představuje jednoduché geometrické vysvětlení. Pátý rozměr je stočen do malé kružnice a přestože ho nemůžeme přímo pozorovat, má pozorovatelné fyzikální důsledky.

Z kvantové mechaniky víme, že pokud je nějaká prostorová dimenze periodická, pak moment hybnosti v této dimenzi je kvantován, tj.  $p = n/R$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). Pokud se polomér kompaktní dimenze zmenšuje, mezery mezi možnými hodnotami momentu hybnosti narůstají a vzniká **Kaluzova-Kleinova věž stavů momentu hybnosti**.

Pokud se polomér kompaktní dimenze zvětšuje, možné hodnoty momentu hybnosti se k sobě velmi těsně přibližují, až vytvářejí kontinum. Pak Kaluzova-Kleinova věž stavů momentu hybnosti může popisovat spektrum hmotností nekomplektifikovaného světa. Proto se nehmotný stav ve vícerozměrné teorii může odrazit v méněrozměrné teorii jako věž hmotných stavů.

Superstruny mají v kompletifikovaném prostoru jednu důležitou vlastnost. Mohou se navíjet kolem kompletifikované dimenze, což se projevuje **navíjecími módy** v hmotnostním spektru. Uzavřená struna se může navinout kolem periodické dimenze celočíselněkrát. Podobně jako v Kaluzově-Kleinově případě navíjecí módy definují momenty hybnosti  $p = w \cdot R$  ( $w = 0, 1, 2, \dots$ ). Závislost momentu hybnosti na poloměru kompaktní dimenze je jiná, než ve výše diskutovaném případě. Pokud se kompaktní dimenze zmenšuje, mezery mezi možnými hodnotami momentu hybnosti se také zmenšují.

Aby vznikl čtyřrozměrný prostoročas, musí se desetirozměrná teorie superstrun zkompaktifikovat na šestirozměrnou kompaktní varietu. Situace je však v porovnání s původní Kaluzovou a Kleinovou teorií poněkud složitější. V jednoduchém případě by bylo možno zkompaktifikovat šest dimenzí na šest kružnic, címž by vznikl šestirozměrný prstenec. Vědci věří, že ve čtyřrozměrném časoprostoru existují určité supersymetrie při energiích vyšších než  $1\text{ TeV}$ . Aby se zachovalo minimální množství supersymetrie  $N = 1$  ve čtyřrozměrném časoprostoru, musí desetirozměrný prostor zkompaktifikovat na šestirozměrnou **Calabi-Yauovu varietu**.

Vlastnosti Calabi-Yauovy varietety mohou mít závažné důsledky pro fyziku nízkých energií, jako je počet pozorovaných částic, jejich hmotnosti, kvantová čísla a počet generací. Jedním z dosud nevyřešených problémů zůstává skutečnost, že Calabi-Yauových variet je velmi mnoho a nevíme, kterou z nich máme použít. Zatímco desetirozměrná teorie superstrun je v tomto smyslu zcela jednoznačná, čtyřrozměrná fyzika má na naší nekompletní úrovni poznání do jednoznačnosti velmi daleko. Teoretické teorií superstrun doufají, že detailní znalost úplné neporuchové struktury teorie umožní vysvětlit, jak a proč náš vesmír přešel z původní desetirozměrné fyziky, která zřejmě existovala při velmi vysokých energiích ve fázi velkého třesku, do čtyřrozměrné fyziky nízkých energií, kterou dnes pozorujeme. Možná se jednou podaří nalézt jednoznačnou Calabi-Yauovu varietu. Jedna důležitá práce Andrewa Stromingera ukazuje, že Calabi-Yauovy varietety lze jednu s druhou spojitě propojit pomocí jistého přechodu, díky němuž lze volně přecházet mezi různými Calabi-Yauovými varietami změnou parametrů teorie.

### 1.3 Strunové duality

Pokud popisujeme pět teorií superstrun pomocí slabě vázané poruchové teorie, jeví se tyto teorie velmi rozdílné. Velkým úspěchem 90. let 20. století je objev, že všechny tyto teorie spolu souvisejí pomocí různých strunových dualit. Dvě teorie považujeme za **duální**, pokud popisují stejnou fyzikální teorii.

Prvním typem duality je **T-dualita**. Tato dualita dává do souvislosti teorii, kompletifikovanou na kružnici poloměru  $R$ , s jinou teorií, kompletifikovanou na kružnici poloměru  $1/R$ . Pokud v jedné teorii je dimenze svinuta do malého rozměru, pak ve druhé teorii je tato dimenze rozvinuta do velkého poloměru, avšak obě teorie popisují stejnou fyzikální teorii.

Druhým typem duality je **S-dualita**. Tato dualita dává do souvislosti limitu silné vazby jedné teorie s limitou slabé vazby druhé teorie. Přitom popis slabé vazby v obou teoriích může být naprosto odlišný.

10-rozměrná heterotická teorie superstrun typu  $SO(32)$  a teorie typu  $I$  jsou S-duální v deseti dimenzích, tj. limita silné vazby ve strunové heterotické teorii  $SO(32)$  je slabou vazbou ve strunové teorii typu  $I$  a naopak.

Heterotická teorie superstrun typu  $SO(32)$ , kompaktifikovaná na čtyřrozměrný prstenec  $T^4$ , je duální k teorii superstrun typu  $IIA$ , která je kompaktifikovaná na různé čtyřrozměrné variety  $K_3$ .

Teorie superstrun typu  $IIB$  je samoduální v tom smyslu, že dvě různé vazební konstanty  $g$  a  $\tilde{g}$  jsou vázány vztahem

$$g = \tilde{g}^{-1}$$

a popisují stejnou fyzikální teorii. Proto poruchové rozšíření ve vazební konstantě  $g$  obsahuje informaci o neporuchových jevech ve vazební konstantě  $g$  duální teorie. Klasické výsledky v jedné teorii jsou pak součtem výsledků poruchové a neporuchové duální teorie.

Heterotická teorie superstrun typu  $SO(32)$  je duální s teorií typu  $I$  v  $(9+1)$ -rozměrném prostorečasu.

Teorie  $SO(32)$  (stejně jako teorie  $E_8 \times E_8$ ), kompaktifikovaná na čtyřrozněrný prstenec, je duální s teorií typu  $IIA$ , která je kompaktifikovaná na čtyřrozměrnou netriviální kompaktní vazetu označovanou jako  $K_3$ .

Teorie  $IIB$  je samoduální, tj. teorie s vazební konstantou  $g$  je ekvivalentní teorii s vazební konstantou  $1/g$ .

Heterotická teorie typu  $SO(32)$  (stejně teorie  $E_8 \times E_8$ ) kompaktifikovaná na 6-rozměrný prstenec  $T^6$  je samoduální ve výše uvedeném smyslu.

Důkaz takových dualit lze např. provést porovnáním spekter stavů.

Duality mezi různými teoriemi superstrun jsou silným důkazem pro existenci jednoduchých různých popisů téže teorie. Každý popis má svoji oblast platnosti a určitá omezení.

M-teorie je popsána při nízkých energiích efektivní teorií nazývanou 11-rozměrná supergravitace. Tato teorie obsahuje membrány a 5-brány jako solitonu, ale neobsahuje struny. Pokud se zkompaktifikuje jedna dimenze této teorie na malou kružnici, pak dostaneme 10-rozměrnou teorii. Pokud máme membránu s topologií prstence, kompaktifikací dostaneme uzavřenou strunu. V limitě, kdy je kružnice velmi malá, dostaneme teorii typu  $IIA$ . Otázkou může být, proč tímto způsobem nedostaneme teorii  $IIB$  nebo teorii heterotickou. Odpověď je podrobná analýza nehmotných polí, která se objevují po kompaktifikaci 11-rozměrné supergravitace na kružnici. Jinou snadnou kontrolou je nalézt v M-teorii původ jednoznačnosti stavů  $D$ -brán v teorii  $IIA$ . Přehled souvislostí je uveden v následující tabulce.

M-teorie na kružnici	10-rozměrná teorie typu $IIA$
svinutá membrána na kružnici	superstruna typu $IIA$
smrštění membrány na nulovou velikost	$D_0$ -brána
nesvinutá membrána	$D_2$ -brána
svinutá pětibrána na kružnici	$D_4$ -brána
nesvinutá pětibrána	$NS$ -pětibrána

Zbývají pouze  $D_6$  a  $D_8$ -brány.  $D_6$ -brány se interpretují jako **Kaluzův-Kleinův monopól**, který je zvláštním druhem řešení pro 11-rozměrnou supergravitaci, je-li kompaktifikována na kružnici.  $D_8$ -brány v tuto chvíli nemají jasnou interpretaci.

Konzistentní 10-rozměrnou teorii lze získat i kompaktifikací M-teorie na malý lineární segment, kdy jedenáctá dimenze získá konečnou délku. Koncové body toho lineárního segmentu definují hranice pro ostatních 9 prostorových dimenzí. Na těchto hranicích může končit otevřená membrána. Protože průnikem membrány a této hranice je struna, vidíme, že (9+1)-rozměrný světoobjem každé hranice může obsahovat struny, které pocházejí z konců membrán. Aby se odstranily anomálie v supergravitační teorii, je nutné, aby každá hranice nesla kalibrační grupu  $E_8$ . Proto pokud je prostor mezi hranicemi velmi malý, dostaneme desetirozměrnou teorii se strunami a kalibrační grupou  $E_8 \times E_8$ , což odpovídá heterotické teorii superstrun typu  $E_8 \times E_8$ .

Pokud uvažujeme 11-rozměrnou teorii supergravitace a různé duality mezi jednotlivými 10-rozměrnými teoriemi superstrun, vidíme, že existuje jediný základní koncept, jímž m je M-teorie. Pět teorií superstrun a 11-rozměrná teorie supergravitace lze chápat jako její klasické limity. Dříve byly snahy získat kvantové teorie rozšířením těchto klasických limit použitím poruchové teorie. Poruchová teorie má však svá omezení. Proto se začaly studovat neporuchové aspekty těchto teorií užitím dualit, supersymetrie a dalších vlastností. Cílem je vybudovat úplnou kvantovou M-teorii.

## 1.4 Teorie superstrun a záhada ztráty informace

Černé díry jsou klasickým řešením obecné teorie relativity. Mechanismus kvantového vyzařování černých dér poprvé popsal **Stephen Hawking**. Podle kvantové teorie se černá díra chová jako dokonale černé těleso s konečnou teplotou, která odpovídá hmotnosti černé díry. Černá díra proto vyzařuje termální záření, odpovídající teplotě dokonale černého tělesa, a má entropii, která odpovídá ploše horizontu událostí.

Tento termodynamický popis černých dér ale může být v rozporu s kvantovou teorií kvůli problému ztráty informace. Uvažujme následující myšlenkový experiment. Představme si čistý kvantový stav, který vlivem gravitačního smrštění vytvoří černou díru. Počkejme, až dojde k vypaření černé díry Hawkingovým vyzařováním.

Protože Hawkingovo vyzařování je tepelné, konečný kvantový stav musí být smíšený. Proto se počáteční čistý kvantový stav změnil tímto procesem ve stav smíšený. Většina informace čistého kvantového stavu (s výjimkou hmotnosti a kalibračních nábojů) se během procesu ztratila. To odporuje základním principům kvantové mechaniky.

Poznamenejme však, že všechny horké objekty vyzařují tepelné záření, aniž porušují principy kvantové mechaniky. Základní odlišností od popisu vyzařování černé díry je fakt, že popis tepelného záření horkého objektu je věcí dohody a představuje naši schopnost explicitně studovat kvantovou mechaniku velkého souboru částic. Proto používáme statistický popis objektu pomocí průměrování přes všechny jeho mikrostavy. V principu lze ovšem použít kompletní mikroskopický popis záření

kvantovými procesy.

Praktická nemožnost takového mikroskopického popisu v případě tepelného záření z černé díry je hlavní příčinou problému ztráty informace. Pokud bychom byli schopni vytvořit mikroskopický popis Bekensteinovy entropie a Hawkingovy radiace černé díry pomocí kvantových stavů a jejich změn, pak by tepelné záření černé díry odpovídalo záření jakéhokoli horkého tělesa. Problém ztráty informace v černé díře se tím odstraní. Právě v tom tkví důvod, proč se o takový popis teoretikové pokoušejí a proč jsou částečně úspěšní.

Jedním z velkých nedávných úspěchů teorie superstrun bylo odvození vztahu Bekensteinovy-Hawkingovy entropie pro černé díry, získané počítáním mikroskopických strunových stavů, které tvoří černou díru. Bekenstein ukázal, že změna energie černé díry  $dM$  je dána vztahem

$$dM = K \cdot dA$$

kde  $dA$  je změna povrchu černé díry. Tento vztah se podobá vztahu pro entropii

$$dE = T \cdot dS$$

Hawking později semiklasickým výpočtem ukázal, že teplota černé díry je rovna

$$T = 4k$$

kde  $k$  je "povrchová gravitace" černé díry. Proto vztah mezi entropií a velikostí povrchu horizontu událostí černé díry je

$$S = A/4$$

Nedávná průkopnická práce Stromingera a Vafy ukázala, že vztah pro entropii lze odvodit mikroskopicky (včetně faktoru 1/4) výpočtem degenerovaných kvantových stavů konfigurací superstrun a  $D$ -bran, které odpovídají určité supersymetrické černé díře v teorii superstrun.  $D$ -brány poskytují popis určité černé pomocí slabé vazby na krátkou vzdálenost. Například třída černých dér studovaných Stromingerem a Vafou je popsána pomocí 5-brán, 1-brán a otevřených strun, které se pohybují po 1-bráně, které jsou všechny svinutý na 5-rozměrném prstenci, který vytváří 1-rozměrný objekt, černou díru.

Otevřené struny jsou upevněny oběma konci na  $D_1$ -bráně a na  $D_5$ -bráně a vzájemnou interakcí dochází k jejich odtrhávání ve formě uzavřených strun, které predstavují Hawkingovo vyzařování.

## 1.5 Kalibrační teorie a membránové teorie

Nyní se zabývejme poněkud jiným vývojem odvozování výsledků kalibrační teorie z teorie superstrun. Studium membránové teorie historicky předchází Maldacenovu domněnku. Maldacena své závěry učinil na základě testování určité konfigurace  $p$ -brán.

Membrány jsou statickými klasickými řešeními v teorii superstrun, která existují v řadě typů.  $p$ -brána je statickou konfiguraci, která se rozkládá v  $p$  prostorových směrech (tečných směrech) a je lokalizována ve všech zbývajících prostorových směrech (příčných směrech). Proto je takové řešení invariantní vůči posunutí v  $p$  směrech tečných k  $p$ -bráně vůči posunutí v časovém směru.

1-brána	struna
2-brána	membrána
0-brána	částice

Kvantová dynamika konfigurace  $p$ -brán je typicky popsána jako  $(p+1)$ -rozměrná kalibrační teorie pole. Vazební konstanta této kvantové teorie pole souvisí s vazební konstantnou teorie superstrun, jejímž řešením je příslušná konfigurace  $p$ -brány. V tomto případě lze duální symetrie související se silnými a slabými vazebními limitami původní teorie superstrun použít pro odvození vztahů duality odpovídajících kvantových teorií pole, které popisují dynamiku  $p$ -bran. Tato metoda vedla k řadě velmi rozdílných výsledků v supersymetrických kalibračních teoriích, jako např.

- Odvození Montonenovy-Oliveovy duality v  $N = 4$  supersymetrických kalibračních teoriích.
- Odvození výsledků podobných Seibergovým-Wittenovým výsledkům v  $N = 2$  supersymetrických kalibračních teoriích.
- Odvození zvláštního druhu symetrie známého jako zrcadlová symetrie v  $(2+1)$ -rozměrných kalibračních teoriích.
- Odvození Seibergových dualit v  $N = 1$  supersymetrických kalibračních teoriích v  $(3+1)$ -rozměrech.

Existence membrán v teorii superstrun souvisí s možností, že standardní model kalibrační teorie suví spíše s membránami, než s objemem prostoročasu. To odpovídá novým kompaktifikacím, ve kterých gravitace existuje v objemu 10-rozměrného prostoročasu, ale ostatní pozorovaná pole (kvarky, leptony, kalibrační částice atd.) existují na membráně nižší dimenze. Můžeme si představit scénář, podle něhož ve kterém pole standardního modelu existují na trojrozměrné membráně, přičemž rozměry příčné k této membráně se staly kompaktními a směry tečné k této 3-bráně popisují běžný trojrozměrný prostor. Mohou také existovat jiné brány, oddělené od našeho prostoročasu v jiných dimenzích, které vytvářejí "stínové světy". Protože obvyklá kalibrační a hmotná pole existují na membráně, nemůžeme pozorovat příčné směry. Interakcí dlouhého dosahu, která se realizuje v těchto směrech, je gravitace. Proto dodatečné rozměny mohou být mnohem větší, než připouští běžné kompaktifikační schéma.

## 1.6 Závěr

Hlavní výsledky teorie superstrun jsou následující:

- Konečnost poruchové teorie
- Částečné řešení problémů souvisejících s kvantovou teorií černých dér
- Explicitní realizace holografického principu pro zvláštní třídu prostoročasu
- $(3+1)$ -rozměrné teorie s gravitací, kalibračními interakcemi, chirální fermiony a  $N = 1$  supersymetrií, která těsně souvisí se standardním modelem teorie elementárních častic

Teorie superstrun je vnitřně konzistentní teorií. Strunová dualita má následující důsledky:

- Sjednocení několika různých teorií superstrun
- Sjednocení elementárních a složených častic
- Sjednocení klasických a kvantových jevů

Pokrok v teorii superstrun dramaticky ovlivnil pochopení supersymetrických kvantových teorií pole. Na druhé straně dosud neexistují žádné konkrétní předpovědi teorie superstrun pro nízké energie, které by bylo možno testovat experimentálně.